LÖSUNGEN

1. a) $\frac{5}{20} = \underline{\underline{\mathbf{0{,}2500}}}$, b) $\frac{7}{20} = \underline{\underline{\mathbf{0{,}3500}}}$, c) $\frac{4}{20} = \underline{\underline{\mathbf{0{,}2000}}}$

2. a) $\frac{9\cdot8\cdot7\cdot6\cdot1+8\cdot8\cdot7\cdot6\cdot4}{9\cdot9\cdot8\cdot7\cdot6} = \frac{13776}{27216} \approx \underline{\underline{\mathbf{0{,}5062}}}$ (Ende: Null oder gerade Ziffer) ,

b) $\frac{9\cdot8\cdot7\cdot6\cdot1+8\cdot8\cdot7\cdot6\cdot1}{9\cdot9\cdot8\cdot7\cdot6} = \frac{5712}{27216} \approx \underline{\underline{\mathbf{0{,}2099}}}$ (Ende: Null oder Fünf)

3. a) $\frac{9\cdot10^3\cdot5}{9\cdot10^4} = \frac{5}{10} \approx \underline{\underline{\mathbf{0{,}5000}}}$, b) $\frac{9\cdot10^3\cdot2}{9\cdot10^4} = \frac{2}{10} \approx \underline{\underline{\mathbf{0{,}2000}}}$

4. a) $\frac{6\cdot5\cdot4\cdot3}{9\cdot8\cdot7\cdot6} = \frac{360}{3024} \approx \underline{\underline{\mathbf{0{,}1190}}}$, b) $\frac{6\cdot7\cdot6\cdot5}{9\cdot8\cdot7\cdot6} = \frac{1260}{3024} \approx \underline{\underline{\mathbf{0{,}4167}}}$,

c) $\frac{3\cdot8\cdot7\cdot6}{9\cdot8\cdot7\cdot6} = \frac{1008}{3024} \approx \underline{\underline{\mathbf{0{,}3333}}}$, d) $\frac{(1\cdot8\cdot7\cdot6)\cdot4}{9\cdot8\cdot7\cdot6} = \frac{1344}{3024} \approx \underline{\underline{\mathbf{0{,}4444}}}$,

e) $\frac{(1\cdot1\cdot7\cdot6)\cdot3}{9\cdot8\cdot7\cdot6} = \frac{126}{3024} \approx \underline{\underline{\mathbf{0{,}0417}}}$, f) $\frac{(3\cdot2\cdot1\cdot6)\cdot4}{9\cdot8\cdot7\cdot6} = \frac{144}{3024} \approx \underline{\underline{\mathbf{0{,}0476}}}$

5. a) $\frac{\binom{7}{1}\binom{43}{4}}{\binom{50}{5}} = \frac{863\,870}{2\,118\,760} \approx \underline{\underline{\mathbf{0{,}4077}}}$, b) $\frac{\binom{7}{0}\binom{43}{5}+\binom{7}{1}\binom{43}{4}}{\binom{50}{5}} = \frac{1\,826\,468}{2\,118\,760} \approx$

$\approx \underline{\underline{\mathbf{0{,}8620}}}$, c) $1 - \frac{\binom{7}{0}\binom{43}{5}}{\binom{50}{5}} = 1 - \frac{962\,598}{2\,118\,760} \approx \underline{\underline{\mathbf{0{,}5457}}}$

6. a) $\frac{\binom{5}{1}\cdot7\cdot43^4}{50^5} = \frac{1{,}197\cdot10^8}{3{,}125\cdot10^8} = \underline{\underline{\mathbf{0{,}3829}}}$, b) $\frac{43^5+\binom{5}{1}\cdot7\cdot43^4}{50^5} = \frac{2{,}667\cdot10^8}{3{,}125\cdot10^8} \approx$

$\approx \underline{\underline{\mathbf{0{,}8533}}}$, c) $1 - \frac{43^5}{50^5} \approx \underline{\underline{\mathbf{0{,}5296}}}$

7. a) $\frac{1\cdot1\cdot2^3}{2^5} = \underline{\underline{\mathbf{0{,}2500}}}$, b) $\frac{1^5}{2^5} \approx \underline{\underline{\mathbf{0{,}0313}}}$, c) $\frac{\binom{5}{2}\cdot1^2\cdot1^3}{2^5} = \frac{10}{32} = \underline{\underline{\mathbf{0{,}3125}}}$,

d) $1 - \frac{\binom{5}{0}\cdot1^0\cdot1^5+\binom{5}{1}\cdot1^1\cdot1^4}{2^5} = 1 - \frac{6}{32} = \underline{\underline{\mathbf{0{,}8125}}}$

Rasch, K12

1. Es werden hintereinander mit Zurückstecken drei Karten aus einem Spiel mit 32 Karten gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit zieht man
   a) höchstens einen Buben , b) nur Herz ,
   c) mindestens zwei Herz , d) weder Herz noch Bube ,

a) $\frac{28^3 + (4 \cdot 28^2) \cdot 3}{32^3} = \frac{31360}{32768} \approx \underline{\mathbf{0{,}9570}}$, b) $\frac{8 \cdot 8 \cdot 8}{32^3} = \frac{512}{32768} \approx \underline{\mathbf{0{,}0156}}$

c) $\frac{(8^2 \cdot 24) \cdot 3 + 8^3}{32^3} = \frac{5120}{32768} \approx \underline{\mathbf{0{,}1563}}$, d) $\frac{(32 - 8 - 3)^3}{32^3} = \frac{9261}{32768} \approx \underline{\mathbf{0{,}2826}}$

2. Skat wird mit 32 Karten gespielt. Jeder Spieler erhält zehn Karten („Blatt"), die beiden restlichen Karten bilden den Skat. Mit welcher Wahrscheinlichkeit enthält das Blatt eines bestimmten Spielers
   a) keinen Buben und kein As,
   b) mindestens drei Buben,
   c) alle Karten einer Farbe,
   d) drei Buben und alle Karten einer Farbe außer dem Buben dieser Farbe ?

a) $\frac{\binom{8}{0}\binom{24}{10}}{\binom{32}{10}} = \frac{1\,961\,256}{64\,512\,240} = \underline{\mathbf{0{,}0304}}$, b) $\frac{\binom{4}{3}\binom{28}{7} + \binom{4}{4}\binom{28}{6}}{\binom{32}{10}} = \frac{5\,112\,900}{64\,512\,240} = \underline{\mathbf{0{,}0793}}$,

c) $\frac{\binom{4}{1}\binom{8}{8}\binom{24}{2}}{\binom{32}{10}} = \frac{1104}{64\,512\,240} = \underline{\mathbf{0{,}000017}}$,d) $\frac{\binom{4}{3}\binom{7}{7}\binom{3}{3}\binom{22}{0}}{\binom{32}{10}} = \frac{4}{64\,512\,240} = \underline{\mathbf{0{,}000000062}}$,

Gk – ABI 1992 – VI -Lösungen

1. Die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Aufschriften sind zunächst
   $P_1(\{1\}) = \frac{1}{6}$; $P_1(\{2\}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$; $P_1(\{3\}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

   Sollen beide Kugeln die Aufschrift „3“ tragen, so ist die Wahrscheinlichkeit für eine Kugel $\frac{1}{2}$. Diese Kugel steht dann nicht mehr zur Verfügung. Es verbleiben für die 2. Wahl noch 5 Kugeln, von denen 2 Kugeln die Aufschrift „3“ tragen. $\Rightarrow$ $P_2(\{3\}) = \frac{2}{5}$.

   $$P(E_1) = P_1(\{3\}) \cdot P_2(\{3\}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{10} = 0{,}2$$

   Das Ereignis E_2 ist nur für die Aufschriften „2“ und „3“ möglich. Für die Aufschrift „2“ wird analog argumentiert. Für die 1. Kugel ist $P_1(\{2\}) = \frac{1}{3}$, für die 2. Kugel stehen nur noch 5 Möglichkeiten offen, von denen eine die Aufschrift „2“ liefert, also $P_2(\{2\}) = \frac{1}{5}$.

   $$\begin{aligned} P(E_2) &= P(E_1) + P_1(\{2\}) \cdot P_2(\{2\}) \\ &= \frac{1}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{15} + \frac{1}{15} = \frac{4}{15} \end{aligned}$$

2. a) In dieser Aufgabe besitzen die einzelnen Aufschriften ihre festen Wahrscheinlichkeiten.
   $P_1(\{1\}) = \frac{1}{6}$; $P_1(\{2\}) = \frac{1}{3}$; $P_1(\{3\}) = \frac{1}{2}$

   $$P_1(E_1) = P_1(\{3\}) \cdot P_1(\{3\}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

   Da die zuerst gezogene Kugel wieder in die Urne zurückgelegt wird, ist jetzt auch die Möglichkeit von „11“ gegeben.

   $$\begin{aligned} P(E) &= P_1(\{1\}) \cdot P_1(\{1\}) + P_1(\{2\}) \cdot P_1(\{2\}) + P_1(\{3\}) \cdot P_1(\{3\}) \\ &= \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{36} + \frac{1}{9} + \frac{1}{4} \\ &= \frac{1}{36} + \frac{4}{36} + \frac{9}{36} \\ &= \frac{9}{36} = \frac{14}{36} = \frac{7}{18} \end{aligned}$$

3. Dem Baumdiagramm entnehmen wir:
   (I) Wird zuerst die Kugel mit der Aufschrift „1“ gezogen, sind die weiteren Ziehungen für die vorliegende Fragestellung unerheblich
   $\Rightarrow P(\{1\}) = \frac{1}{6}$.

   (II) Wird zuerst eine Kugel „2“ gezogen, anschließend die Kugel „1“, ergibt sich
   $P_{II}(\{1\}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$.

   (III) Wird zunächst eine Kugel „2“, dann eine Kugel „3“ gezogen, erfolgt eine neue Ziehung. Für den Fall einer „1“ in der dritten Ziehung gilt:
   $P_{III}(\{1\}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{60}$.

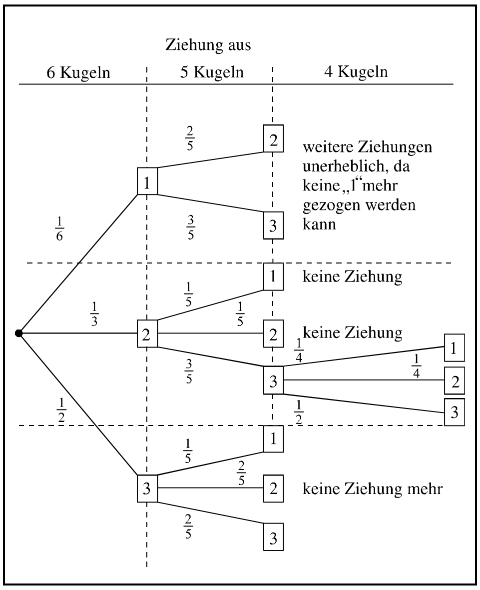

Abb. 8

   (IV) Wird zuerst eine Kugel „3“ gezogen, anschließend eine Kugel „1“, ist
   $P_{IV}(\{1\}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$.

   Die Gesamtwahrscheinlichkeit ergibt sich dann zu

$$
\begin{aligned}
P(\{1\}) &= P_I(\{1\}) + P_{II}(\{1\}) + P_{III}(\{1\}) + P_{IV}(\{1\}) \\
&= \frac{1}{6} + \frac{1}{15} + \frac{3}{60} + \frac{1}{10} \\
&= \frac{10}{60} + \frac{4}{60} + \frac{3}{30} + \frac{6}{60} = \frac{23}{60}.
\end{aligned}
$$